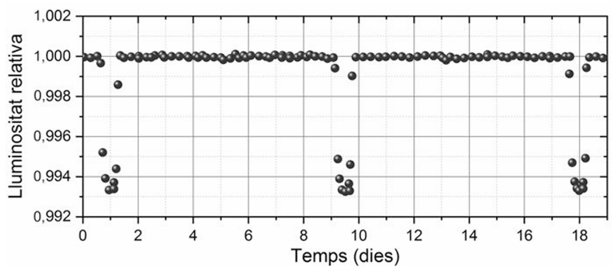
Exámenes de Selectividad

Física. Cataluña 2021, Extraordinaria

mentoor.es

Problema 1. Campo Gravitatorio

Un dels mètodes emprats per a detectar exoplanetes (planetes extrasolars) és l'observació del trànsit planetari, un fenomen astronòmic que s'esdevé quan un planeta passa per davant de l'estel al voltant del qual orbita i que es percep des de la Terra per la disminució de la llum de l'estel. El gràfic següent mostra la variació de lluminositat provocada pel trànsit d'un planeta que descriu una òrbita circular al voltant d'un estel. Aquest estel té una massa pràcticament idèntica a la massa del Sol. Considereu que la constant de Kepler d'aquest sistema és igual a la del Sistema Solar.



a) **Calculeu el període i el radi de l'òrbita.**
b) **Determineu el mòdul de la velocitat i l'acceleració centrípeta del planeta.**

Dada: Radi orbital mitjà de la Terra = $1,00$ ua = $1,50 \times 10^{11}$ m.

Solución:

a) **Calculeu el període i el radi de l'òrbita.**

A partir del gráfico, observamos que el tiempo total de un ciclo completo de tránsito es de $2T = 17$ días:

$$T = \frac{17 \text{ días}}{2} = 8{,}5 \text{ días}.$$

Convertimos los días a segundos:

$$T = 8{,}5 \text{ días} \cdot 24 \ \frac{\text{h}}{\text{día}} \cdot 3600 \ \frac{\text{s}}{\text{h}} = 7{,}344 \cdot 10^5 \text{ s}.$$

La tercera ley de Kepler establece que para dos cuerpos que orbitan alrededor de un centro común, se cumple:

$$\frac{r_{\text{orb}}^3}{T^2} = \frac{r_{\text{Tierra}}^3}{T_{\text{Tierra}}^2}.$$

Dado que la constante de Kepler es la misma y la masa de la estrella es igual a la del Sol, podemos expresar:

$$r_{\text{orb}} = r_{\text{Tierra}} \left(\frac{T}{T_{\text{Tierra}}} \right)^{2/3}.$$

Consideramos que el período orbital de la Tierra $T_{\text{Tierra}} = 365{,}25$ días $= 3{,}156 \cdot 10^7$ s.
Sustituyendo los valores:

$$r_{\text{orb}} = 1{,}50 \cdot 10^{11} \text{ m} \left(\frac{7{,}344 \cdot 10^5 \text{ s}}{3{,}156 \cdot 10^7 \text{ s}} \right)^{2/3} = 1{,}226 \cdot 10^{10} \text{ m}.$$

Por lo tanto, el periodo es $7{,}34 \cdot 10^5$ s y el radio de la órbita es $1{,}226 \cdot 10^{10}$ m.

b) Determineu el mòdul de la velocitat i l'acceleració centrípeta del planeta.

La velocidad orbital está dada por:

$$v_{\text{orb}} = \frac{2\pi r_{\text{orb}}}{T}.$$

Sustituyendo los valores obtenidos:

$$v_{\text{orb}} = \frac{2\pi \cdot 1{,}226 \cdot 10^{10}\ \text{m}}{7{,}344 \cdot 10^{5}\ \text{s}} = 1{,}05 \cdot 10^{5}\ \text{m/s}.$$

La aceleración centrípeta está dada por:

$$a_{\text{cent}} = \frac{v_{\text{orb}}^2}{r_{\text{orb}}}.$$

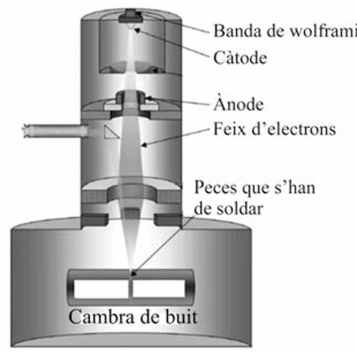
Sustituyendo los valores:

$$a_{\text{cent}} = \frac{(1{,}05 \cdot 10^{5}\ \text{m/s})^2}{1{,}226 \cdot 10^{10}\ \text{m}} = 0{,}895\ \text{m/s}^2.$$

Por lo tanto, la velocidad es $1{,}05 \cdot 10^{5}$ m/s y la aceleración centrípeta es $0{,}895$ m/s^2.

Problema 2. Campo Electromagnético

Per a aconseguir soldadures profundes, en la indústria aeroespacial s'utilitza la tècnica de feixos d'electrons d'alta densitat energètica. Aquesta tècnica consisteix a bombardejar amb electrons d'alta energia les peces que s'han de soldar dins d'una cambra de buit. El feix d'electrons es genera escalfant a alta temperatura una banda de wolframi. Posteriorment, el feix s'accelera sota l'acció d'un camp elèctric uniforme que es crea aplicant una diferència de potencial de 15 kV entre l'ànode i el càtode.



Font: `http://ss.whiteclouds.com/3dpedia-index/electron-beam-melting-ebm`.

a) **Si la separació entre el càtode i l'ànode és d'$1,50$ cm, determineu el mòdul del camp elèctric que es crea entre l'un i l'altre. Feu un esquema que indiqui la trajectòria dels electrons i la direcció i el sentit del camp elèctric. Quina placa es troba a un potencial més alt, l'ànode o el càtode? Justifiqueu la resposta.**

b) **Considerant que un electró està situat al càtode i parteix del repòs, determineu l'energia i el mòdul de la velocitat de l'electró quan surt de l'ànode. Si la peça que s'ha de soldar es troba al mateix potencial que l'ànode, a quina velocitat impacta l'electró contra aquesta peça?**

Dades:
$m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ **kg.**
$|e| = 1,602 \times 10^{-19}$ **C.**

Solución:

a) **Si la separació entre el càtode i l'ànode és d'$1,50$ cm, determineu el mòdul del camp elèctric que es crea entre l'un i l'altre. Feu un esquema que indiqui la trajectòria dels electrons i la direcció i el sentit del camp elèctric. Quina placa es troba a un potencial més alt, l'ànode o el càtode? Justifiqueu la resposta.**

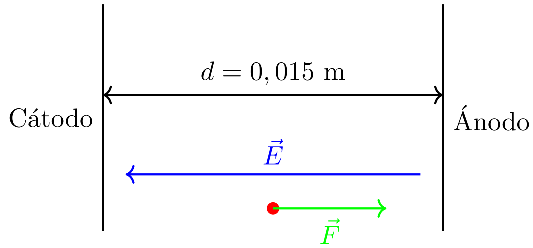
Paso 1: Cálculo del módulo del campo eléctrico $|E|$.
El campo eléctrico E entre dos placas planas se calcula mediante la relación:

$$|\vec{E}| = \frac{\Delta V}{d},$$

donde $\Delta V = 15{,}000$ V es la diferencia de potencial y $d = 1{,}50$ cm $= 0{,}015$ m es la separación entre el ánodo y el cátodo. Sustituyendo los valores:

$$|\vec{E}| = \frac{15{,}000 \text{ V}}{0{,}015 \text{ m}} = 10^6 \text{ V/m}.$$

El esquema de la trayectoria de los electrones y dirección del campo eléctrico es el siguiente:



El campo eléctrico $\vec{E}$ está dirigido desde el ánodo hacia el cátodo. Sin embargo, los electrones, que tienen carga negativa, son atraídos hacia el ánodo. Por lo tanto, el ánodo está a un potencial más alto que el cátodo. Recordemos que:

- El campo eléctrico apunta en la dirección en la que disminuye el potencial.
- Los electrones, al ser cargados negativamente, se mueven en dirección opuesta al campo eléctrico, hacia el ánodo.

Entonces, el ánodo está a un potencial más alto.

Por lo tanto, $|\vec{E}| = 10^6$ V/m y el ánodo está a un potencial más alto que el cátodo.

b) **Considerant que un electró està situat al càtode i parteix del repòs, determineu l'energia i el mòdul de la velocitat de l'electró quan surt de l'ànode. Si la peça que s'ha de soldar es troba al mateix potencial que l'ànode, a quina velocitat impacta l'electró contra aquesta peça?**

La energía cinética adquirida por el electrón al ser acelerado por el campo eléctrico se calcula mediante:

$$\Delta E = -q \cdot \Delta V,$$

donde $q = -1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C es la carga del electrón y $\Delta V = 15{,}000$ V es la diferencia de potencial. Sustituyendo los valores:

$$\Delta E = -(-1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ C}) \cdot 15{,}000 \text{ V} = 2{,}403 \cdot 10^{-15} \text{ J}.$$

Para calcular la velocidad del electrón al salir del ánodo, usamos la relación entre energía cinética y velocidad:

$$\Delta E = \frac{1}{2} m_e v^2.$$

Despejando la velocidad v:

$$v = \sqrt{\frac{2\Delta E}{m_e}}.$$

Sustituyendo los valores:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 2{,}403 \cdot 10^{-15} \text{ J}}{9{,}11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 7{,}26 \cdot 10^7 \text{ m/s}.$$

Dado que la pieza de soldadura está al mismo potencial que el ánodo, no hay campo eléctrico entre el ánodo y la pieza. Por lo tanto, una vez que el electrón sale del ánodo, no adquiere más energía y mantiene la velocidad calculada:

$$v_{\text{impacto}} = v = 7{,}26 \cdot 10^7 \text{ m/s}.$$

Por lo tanto, la solución es:

- **Energía del electrón al salir del ánodo:**

$$\mathbf{\Delta E = 2{,}403 \cdot 10^{-15} \text{ J}.}$$

– **Velocidad del electrón al salir del ánodo:**

$$\boldsymbol{v = 7{,}26 \cdot 10^7 \ \mathrm{m/s}.}$$

– **Velocidad de impacto en la pieza de soldadura:**

$$\boldsymbol{v_{\text{impacto}} = 7{,}26 \cdot 10^7 \ \mathrm{m/s}.}$$

Problema 3. Ondas

La corda d'un violí fa 32 cm de llarg i vibra amb una freqüència fonamental de 196 Hz.

a) **Quina és la longitud d'ona del primer harmònic (fonamental)? Justifiqueu la resposta. Representeu el segon harmònic i indiqueu-hi la posició dels nodes i els ventres.**
b) **Quina és la freqüència i la longitud d'ona del so que és produït pel primer harmònic del violí i que es propaga per l'aire?**

Dada: La velocitat del so en l'aire és de 340 m/s.

Solución:

a) **Quina és la longitud d'ona del primer harmònic (fonamental)? Justifiqueu la resposta. Representeu el segon harmònic i indiqueu-hi la posició dels nodes i els ventres.**

Para una cuerda fija en ambos extremos, la longitud de onda del primer armónico está relacionada con la longitud de la cuerda (L) de la siguiente manera:

$$\lambda_1 = 2L,$$

donde λ_1 es la longitud de onda del primer armónico y $L = 0{,}32$ m es la longitud de la cuerda. Sustituyendo los valores:

$$\lambda_1 = 2 \cdot 0{,}32 \text{ m} = 0{,}64 \text{ m}.$$

El primer armónico (fundamental) corresponde a la configuración más simple de una onda estacionaria en la cuerda, donde solo hay dos nodos (los extremos de la cuerda) y un vientre (en el centro de la cuerda). Para el segundo armónico, la longitud de onda está dada por:

$$\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{2} = \frac{0{,}64 \text{ m}}{2} = 0{,}32 \text{ m}.$$

En el segundo armónico, la cuerda tiene tres nodos: dos en los extremos y uno en el centro, y dos vientres, ubicados entre los nodos. Representación gráfica:

Primer armónico Segundo armónico

Por lo tanto, la solución es $\boldsymbol{\lambda_1 = 0{,}64}$ m y $\boldsymbol{\lambda_2 = 0{,}32}$ m.

b) **Quina és la freqüència i la longitud d'ona del so que és produït pel primer harmònic del violí i que es propaga per l'aire?**

La frecuencia del sonido que se propaga por el aire es la misma que la frecuencia de la vibración de la cuerda del violín, ya que se transmite directamente:

$$f_{\text{sonido}} = f_{\text{fundamental}} = 196 \text{ Hz}.$$

Usamos la relación entre velocidad, frecuencia y longitud de onda:

$$\lambda_{\text{sonido}} = \frac{v}{f},$$

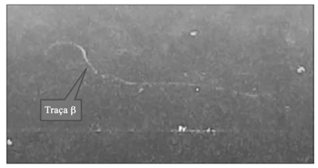
donde $v = 340$ m/s es la velocidad del sonido en el aire y $f = 196$ Hz es la frecuencia del sonido. Sustituyendo los valores:

$$\lambda_{\text{sonido}} = \frac{340 \text{ m/s}}{196 \text{ Hz}} = 1{,}73 \text{ m}.$$

Por lo tanto, $\boldsymbol{f_{\text{sonido}} = 196}$ Hz y $\boldsymbol{\lambda_{\text{sonido}} = 1{,}73}$ m.

Problema 4. Física Moderna

Si fem servir una cambra de boira, podem identificar diferents partícules qualitativament en funció de les traces que s'observen. En la fotografia adjunta veiem una traça fina i erràtica que es corba menys que els fotoelectrons, la qual cosa indica que es tracta d'un electró generat en una desintegració β. Els neutrons lliures són inestables i es descomponen emetent radiació ${}^{0}_{-1}\beta$.



Font: `http://physicsopenlab.org/2017/05/18/particles-in-the-mist`.

a) **Escriviu la reacció de desintegració d'un neutró identificant cadascuna de les partícules implicades.**
b) **Calculeu l'energia que es desprèn en la desintegració d'un neutró i expresseu-ne el resultat en keV.**

Dades: $1\ \text{eV} = 1,602 \times 10^{-19}$ J; $c = 3,00 \times 10^{8}$ m/s; $1\ \text{u} = 1,66054 \times 10^{-27}$ kg.
Masses (en u):
Neutró: $1,008665$
Protó: $1,007276$
Electró: $5,4858 \times 10^{-4}$
Antineutrí: ≈ 0

Solución:

a) **Escriviu la reacció de desintegració d'un neutró identificant cadascuna de les partícules implicades.**

Un neutrón libre (n) se desintegra en un protón (p), un electrón (e^-) y un antineutrino electrónico ($\overline{\nu}_e$). La reacción de desintegración β^- se expresa de la siguiente manera:

$${}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{1}_{1}p + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\overline{\nu}_e.$$

Recordemos que:
- Un neutrón se convierte en un protón, emitiendo un electrón y un antineutrino para conservar la carga y el número de partículas.
- La emisión del antineutrino es necesaria para conservar el momento angular y otras propiedades cuánticas.

Por lo tanto, la solución es:

$$\boldsymbol{{}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{1}_{1}p + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\overline{\nu}_e.}$$

b) **Calculeu l'energia que es desprèn en la desintegració d'un neutró i expresseu-ne el resultat en keV.**

La disminución de masa se calcula como:

$$\Delta m = m_n - (m_p + m_e),$$

donde:

– $m_n = 1{,}008665$ u,
– $m_p = 1{,}007276$ u,
– $m_e = 5{,}4858 \cdot 10^{-4}$ u.

Sustituyendo los valores:

$$\Delta m = 1{,}008665 \text{ u} - (1{,}007276 \text{ u} + 5{,}4858 \cdot 10^{-4} \text{ u}) = 8{,}41 \cdot 10^{-4} \text{ u}.$$

Sabemos que:

$$1 \text{ u} = 1{,}66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg}.$$

Entonces,

$$\Delta m = 8{,}41 \cdot 10^{-4} \text{ u} \cdot 1{,}66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg/u} = 1{,}40 \cdot 10^{-30} \text{ kg}.$$

Para calcular la energía desprendida E, usamos la famosa ecuación de Einstein:

$$E = \Delta m \cdot c^2,$$

donde $c = 3{,}00 \cdot 10^8$ m/s. Sustituyendo los valores:

$$E = 1{,}40 \cdot 10^{-30} \text{ kg} \cdot (3{,}00 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2 = 1{,}26 \cdot 10^{-13} \text{ J}.$$

Sabemos que:

$$1 \text{ eV} = 1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

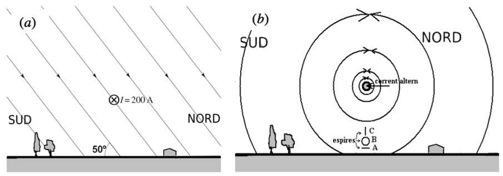
Entonces,

$$E = \frac{1{,}26 \cdot 10^{-13} \text{ J}}{1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}} = 7{,}84 \cdot 10^5 \text{ eV} = 784 \text{ keV}.$$

Por lo tanto, la energía desprendida es 784 keV.

Problema 5. Campo Electromagnético

Ens trobem en un indret en què el camp magnètic terrestre té una magnitud de 35 μT i apunta cap al nord, però està inclinat 50° (cap avall) respecte a l'horitzontal (figura a). Per un cable d'una línia d'alta tensió situada en aquest indret hi circula un corrent de 200 A d'intensitat. Aquest corrent circula d'est a oest (cap endins a la figura a, $\otimes$).



a) **Calculeu la força magnètica que actua sobre un tram de 100 metres del cable deguda al camp magnètic terrestre. Després, determineu-ne el mòdul i representeu-ne esquemàticament la direcció i el sentit. Justifiqueu la resposta.**

b) **El corrent que circula pel cable d'alta tensió és un corrent altern i genera un camp magnètic que contínuament canvia de sentit (vegeu la figura b). A sota del cable s'han situat tres espires conductores: una (A) és paral·lela a la superfície horitzontal del terreny, una altra (B) és paral·lela al pla del dibuix, i la tercera (C) està situada en el pla vertical que conté la direcció est-oest. En quina o quines de les espires el camp magnètic variable produït per la línia d'alta tensió induirà un corrent elèctric? Justifiqueu la resposta especificant les lleis o els principis físics en què us heu basat.**

Nota: Considereu que el camp magnètic és uniforme en la regió on es troben les espires.

Solución:

a) **Calculeu la força magnètica que actua sobre un tram de 100 metres del cable deguda al camp magnètic terrestre. Després, determineu-ne el mòdul i representeu-ne esquemàticament la direcció i el sentit. Justifiqueu la resposta.**

La fuerza magnética que actúa sobre un conductor rectilíneo de longitud $\vec{L}$ que transporta una corriente I en presencia de un campo magnético uniforme $\vec{B}$ está dada por:

$$\vec{F} = I(\vec{L} \times \vec{B}).$$

El módulo de la fuerza es:

$$|\vec{F}| = I \cdot L \cdot B \cdot \sin\theta,$$

donde:

- $I = 200\,\text{A}$ es la intensidad de la corriente,
- $L = 100\,\text{m}$ es la longitud del cable,
- $B = 35\,\mu\text{T} = 35 \times 10^{-6}\,\text{T}$ es la magnitud del campo magnético terrestre,
- θ es el ángulo entre $\vec{L}$ y $\vec{B}$.

El cable conduce corriente de este a oeste (hacia adentro de la página), mientras que el campo magnético terrestre apunta hacia el norte y está inclinado 50° hacia abajo respecto al horizontal. Por tanto, el ángulo entre $\vec{L}$ y $\vec{B}$ es 90°. Calculamos el módulo de la fuerza:

$$|\vec{F}| = I \cdot L \cdot B \cdot \sin 90° = I \cdot L \cdot B.$$

Sustituyendo los valores y manteniendo las unidades:

$$|\vec{F}| = 200\,\text{A} \cdot 100\,\text{m} \cdot 35 \times 10^{-6}\,\text{T} = 0{,}70\,\text{N}.$$

La fuerza tiene un módulo de 0,70 N. Aplicamos ahora la regla de la mano derecha para el producto vectorial $\vec{L} \times \vec{B}$:

- Orientamos los dedos de la mano derecha en la dirección de $\vec{L}$ (hacia el oeste, entrando en la página).
- Giramos los dedos hacia la dirección de $\vec{B}$ (hacia el norte y hacia abajo).
- El pulgar apunta en la dirección de la fuerza $\vec{F}$.

Por lo tanto, la fuerza resultante de 0,70 N está en el plano vertical norte-sur, formando un ángulo de 50° respecto a la vertical y dirigida hacia la izquierda y hacia abajo.

b) El corrent que circula pel cable d'alta tensió és un corrent altern i genera un camp magnètic que contínuament canvia de sentit (vegeu la figura b). A sota del cable s'han situat tres espires conductores: una (A) és paral·lela a la superfície horitzontal del terreny, una altra (B) és paral·lela al pla del dibuix, i la tercera (C) està situada en el pla vertical que conté la direcció est-oest. En quina o quines de les espires el camp magnètic variable produït per la línia d'alta tensió induirà un corrent elèctric? Justifiqueu la resposta especificant les lleis o els principis físics en què us heu basat.

Según la ley de Faraday, una fuerza electromotriz (fem) se induce en una espira cuando el flujo magnético que la atraviesa varía con el tiempo:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt},$$

donde el flujo magnético es:

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\theta.$$

Si el flujo Φ varía en el tiempo, se inducirá una fem y, por ende, una corriente eléctrica si la espira es conductora y cerrada. Analizamos cada espira:

Espira A (paralela al suelo):

- El vector normal $\vec{n}$ es vertical (dirección z).
- El campo magnético $\vec{B}$ debido al cable apunta horizontalmente hacia el sur (dirección $-y$) debajo del cable.
- El ángulo entre $\vec{B}$ y $\vec{n}$ es 90°, por lo que $\cos 90° = 0$.
- El flujo magnético es $\Phi = B \cdot S \cdot \cos 90° = 0$.

Como el flujo es cero y no varía, no se induce corriente en la espira A.

Espira B (paralela al plano del dibujo):

- El vector normal $\vec{n}$ apunta en dirección este-oeste (dirección x).
- El campo magnético $\vec{B}$ apunta hacia el sur ($-y$).
- El ángulo entre $\vec{B}$ y $\vec{n}$ es 90°, entonces $\cos 90° = 0$.
- El flujo magnético es $\Phi = B \cdot S \cdot \cos 90° = 0$.

No hay variación de flujo; por tanto, no se induce corriente en la espira B.

Espira C (plano vertical este-oeste):

- El vector normal $\vec{n}$ apunta hacia el norte-sur (dirección y).
- El campo magnético $\vec{B}$ apunta hacia el sur ($-y$), paralelo a $\vec{n}$.
- El ángulo entre $\vec{B}$ y $\vec{n}$ es 0°, por lo que $\cos 0° = 1$.
- El flujo magnético es $\Phi = B \cdot S \cdot \cos 0° = B \cdot S$.

Debido a que B varía en el tiempo (corriente alterna en el cable), el flujo Φ también varía. Según la ley de Faraday, esto induce una fem y, consecuentemente, una corriente eléctrica en la espira C.

Por lo tanto, solo en la espira C se inducirá una corriente eléctrica debido al campo magnético variable producido por la línea de alta tensión, ya que es la única en la que el flujo magnético a través de ella varía con el tiempo.

Problema 6. Ondas

Un violinista interpreta un solo durant un concert. De cop i volta, quatre violins més l'acompanyen, tocant amb la mateixa intensitat que el primer.

a) **Quants decibels ha augmentat el nivell d'intensitat del so?**
b) **Ara els cinc violins passen de *mezzo piano* a *forte* i mesurem un nivell d'intensitat del so de $76,98$ dB. Suposant que tots els violins toquen amb la mateixa intensitat, quina és la intensitat I amb la qual toca un sol violí?**

Dada: $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2.

Solución:

a) **Quants decibels ha augmentat el nivell d'intensitat del so?**

La intensidad total del sonido producido por múltiples fuentes que emiten con la misma intensidad se calcula como la suma de las intensidades individuales. Si un violinista es acompañado por cuatro más, el número total de violines es cinco:

$$I_{\text{total}} = 5 \cdot I.$$

El nivel de intensidad sonora en decibelios (dB) se define como:

$$\beta = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right),$$

donde I es la intensidad sonora e $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2 es la intensidad de referencia. Inicialmente, el violinista solo produce una intensidad I, con un nivel de intensidad sonora:

$$\beta_{\text{inicial}} = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right).$$

Cuando se suman los cuatro violines adicionales, la intensidad total se incrementa a $5I$. El nuevo nivel de intensidad sonora es:

$$\beta_{\text{final}} = 10 \cdot \log\left(\frac{5I}{I_0}\right).$$

La diferencia en el nivel de intensidad sonora es:

$$\Delta\beta = \beta_{\text{final}} - \beta_{\text{inicial}} = 10 \cdot \log\left(\frac{5I}{I_0}\right) - 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right).$$

Aplicando propiedades de los logaritmos:

$$\Delta\beta = 10 \cdot \log 5 = 6{,}99 \text{ dB}.$$

Por lo tanto, el nivel de intensidad sonora ha aumentado 6,99 dB.

b) **Ara els cinc violins passen de *mezzo piano* a *forte* i mesurem un nivell d'intensitat del so de $76,98$ dB. Suposant que tots els violins toquen amb la mateixa intensitat, quina és la intensitat I amb la qual toca un sol violí?**

Sabemos que el nivel de intensidad sonora total es:

$$\beta_{\text{total}} = 10 \cdot \log\left(\frac{I_{\text{total}}}{I_0}\right) = 76{,}98 \text{ dB},$$

donde $I_{\text{total}} = 5I$. Sustituyendo:

$$76{,}98 = 10 \cdot \log\left(\frac{5I}{10^{-12}}\right).$$

Dividiendo ambos lados por 10:

$$7{,}698 = \log\left(5I \cdot 10^{12}\right).$$

Aplicando la función exponencial:

$$10^{7{,}698} = 5I \cdot 10^{12}.$$

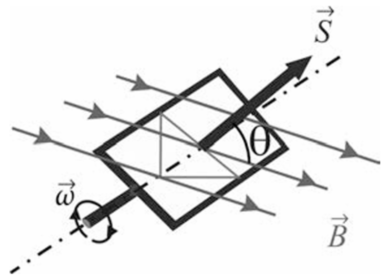
Despejando I:

$$I = \frac{10^{7{,}698}}{5 \cdot 10^{12}} = 9,98 \cdot 10^{-6} \text{ W/m}^2.$$

Por lo tanto, la intensidad con la que toca un solo violín es $\mathbf{9,98 \cdot 10^{-6}}$ W/m$^{\mathbf{2}}$.

Problema 7. Campo Electromagnético

Un alternador consisteix en una bobina de 100 espires rectangulars. Les dimensions dels costats llarg i curt de la bobina són $2,0$ cm i $1,6$ cm, respectivament. La bobina gira amb una freqüència de 60 voltes per segon dins d'un camp magnètic uniforme de magnitud $B = 0,1$ T. L'orientació relativa entre el camp magnètic i la bobina ve donada per l'angle θ que formen el camp magnètic i el vector $\vec{S}$ perpendicular al pla que conté la bobina.



a) **Determineu el valor del flux del camp magnètic a través d'una espira de la bobina quan el camp magnètic és perpendicular a la superfície de l'espira (angle $\theta = 0$ rad) i per a una orientació qualsevol (indiqueu el resultat en funció de l'angle θ).**

b) **A partir del flux del camp magnètic a través de la bobina, determineu l'evolució de la força electromotriu en funció del temps, suposant que inicialment l'angle θ és igual a 0 rad. Calculeu el valor màxim de la força electromotriu induïda en la bobina.**

Solución:

a) **Determineu el valor del flux del camp magnètic a través d'una espira de la bobina quan el camp magnètic és perpendicular a la superfície de l'espira (angle $\theta = 0$ rad) i per a una orientació qualsevol (indiqueu el resultat en funció de l'angle θ).**

El flujo magnético Φ a través de una espira está dado por la fórmula:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos(\theta),$$

donde:
- $B = 0{,}1$ T es la magnitud del campo magnético,
- S es el área de una espira,
- θ es el ángulo entre el campo magnético y el vector $\vec{S}$ perpendicular al plano de la espira.

La bobina es de forma rectangular con lados de 2,0 cm y 1,6 cm. Convertimos las dimensiones a metros:

$$\text{Longitud} = 2{,}0 \text{ cm} = 0{,}02 \text{ m},$$
$$\text{Anchura} = 1{,}6 \text{ cm} = 0{,}016 \text{ m}.$$

Entonces, el área S es:

$$S = \text{Longitud} \cdot \text{Anchura} = 0{,}02 \text{ m} \cdot 0{,}016 \text{ m} = 0{,}00032 \text{ m}^2 = 3{,}20 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Caso 1: $\theta = 0$ rad (campo magnético perpendicular a la espira)

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos(0) = 0{,}1 \text{ T} \cdot 3{,}20 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 1 = 3{,}20 \cdot 10^{-5} \text{ Wb}.$$

Caso 2: Orientación arbitraria (θ)

$$\Phi(\theta) = B \cdot S \cdot \cos(\theta) = 0{,}1 \text{ T} \cdot 3{,}20 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \cos(\theta) = 3{,}20 \cdot 10^{-5} \cdot \cos(\theta) \text{ Wb}.$$

Por lo tanto, la solución es:

- **Para $\theta = 0$ rad, el flujo magnético es $\Phi = 3{,}20 \cdot 10^{-5}$ Wb.**
- **Para una orientación general, el flujo magnético es $\Phi(\theta) = 3{,}20 \cdot 10^{-5} \cdot \cos(\theta)$ Wb.**

b) A partir del flux del camp magnètic a través de la bobina, determineu l'evolució de la força electromotriu en funció del temps, suposant que inicialment l'angle θ és igual a 0 rad. Calculeu el valor màxim de la força electromotriu induïda en la bobina.

La bobina gira con una frecuencia de 60 vueltas por segundo. La frecuencia angular ω se calcula como:

$$\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 60 \text{ rad/s} = 120\pi \text{ rad/s}.$$

Entonces, el ángulo en función del tiempo es:

$$\theta(t) = \omega \cdot t = 120\pi \cdot t \text{ rad}.$$

La bobina tiene $N = 100$ espiras, por lo que el flujo total Φ_{total} es:

$$\Phi_{\text{total}}(t) = N \cdot \Phi(\theta(t)) = 100 \cdot 3{,}20 \cdot 10^{-5} \cdot \cos(120\pi \cdot t) \text{ Wb} = 3{,}20 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(120\pi \cdot t) \text{ Wb}.$$

La fem inducida $\mathcal{E}$ se calcula como (Ley de Faraday):

$$\mathcal{E}(t) = -\frac{d\Phi_{\text{total}}}{dt}.$$

Derivando el flujo total respecto al tiempo:

$$\mathcal{E}(t) = -\frac{d}{dt}\left[3{,}20 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(120\pi \cdot t)\right] = 3{,}20 \cdot 10^{-3} \cdot 120\pi \cdot \sin(120\pi \cdot t).$$

Simplificando:

$$\mathcal{E}(t) = 1{,}21 \cdot \sin(120\pi \cdot t) \text{ V}.$$

El valor máximo de $\mathcal{E}(t)$ ocurre cuando $\sin(120\pi \cdot t) = 1$:

$$\mathcal{E}_{\text{máx}} = 1{,}21 \text{ V}.$$

Por lo tanto, la solución es:

- **La fuerza electromotriz inducida en función del tiempo es $\mathcal{E}(t) = 1{,}21 \cdot \sin(120\pi \cdot t)$ V.**
- **El valor máximo de la fuerza electromotriz inducida es $\mathcal{E}_{\text{máx}} = 1{,}21$ V.**

Problema 8. Física Moderna

En un experiment fotoelèctric, il·luminem una superfície metàl·lica amb una llum verda que té una longitud d'ona de $546,1$ nm. Observem que el potencial de frenada és de $0,376$ V (tensió per la qual desapareix el corrent).

a) **Determineu la funció de treball (treball d'extracció) d'aquesta superfície metàl·lica. Calculeu el llindar de freqüència per a l'extracció de fotoelectrons d'aquest metall.**
b) **Si il·luminem la superfície anterior amb una llum groga de $587,5$ nm, determineu l'energia dels fotons incidents. Calculeu el potencial de frenada amb aquesta nova font de llum.**

Dades:
$m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ **kg.**
$|e| = 1,602 \times 10^{-19}$ **C.**
1 eV $= 1,602 \times 10^{-19}$ **J.**
$c = 3,00 \times 10^{8}$ **m/s.**
$h = 6,63 \times 10^{-34}$ **J·s.**

Solución:

a) **Determineu la funció de treball (treball d'extracció) d'aquesta superfície metàl·lica. Calculeu el llindar de freqüència per a l'extracció de fotoelectrons d'aquest metall.**

La energía cinética máxima ($E_{C,\text{máx}}$) de los fotoelectrones está relacionada con el potencial de frenado (V_{frenado}) mediante la siguiente relación:

$$E_{C,\text{máx}} = e \cdot V_{\text{frenado}},$$

donde $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C es la carga elemental y $V_{\text{frenado}} = 0{,}376$ V es el potencial de frenado. Calculamos la energía cinética máxima:

$$E_{C,\text{máx}} = 1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0{,}376 \text{ V} = 6{,}02 \cdot 10^{-20} \text{ J}.$$

La energía del fotón incidente ($E_{\text{fotón}}$) se relaciona con la función de trabajo (W_e) y la energía cinética máxima del fotoelectrón mediante la ecuación de Einstein:

$$E_{\text{fotón}} = W_e + E_{C,\text{máx}}.$$

Primero, calculamos la energía del fotón con longitud de onda $\lambda = 546{,}1$ nm:

$$E_{\text{fotón}} = \frac{h \cdot c}{\lambda},$$

donde:
- $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s es la constante de Planck,
- $c = 3{,}00 \cdot 10^{8}$ m/s es la velocidad de la luz,
- $\lambda = 546{,}1$ nm $= 546{,}1 \cdot 10^{-9}$ m es la longitud de onda de la luz verde.

Calculamos $E_{\text{fotón}}$:

$$E_{\text{fotón}} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \text{ J·s} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8} \text{ m/s}}{546{,}1 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 3{,}64 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Ahora, despejamos la función de trabajo W_e:

$$W_e = E_{\text{fotón}} - E_{C,\text{máx}} = 3{,}64 \cdot 10^{-19} \text{ J} - 6{,}02 \cdot 10^{-20} \text{ J} = 3{,}04 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Convertimos W_e a electronvoltios (eV):

$$W_e = \frac{3{,}04 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}} = 1{,}90 \text{ eV}.$$

El umbral de frecuencia es la mínima frecuencia de la luz que puede expulsar fotoelectrones del metal, es decir, cuando la energía del fotón es igual a la función de trabajo:

$$W_e = h \cdot f_{\text{umbral}}.$$

Despejamos f_{umbral}:

$$f_{\text{umbral}} = \frac{W_e}{h} = \frac{1{,}90 \text{ eV} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}}{6{,}63 \cdot 10^{-34} \text{ J·s}} = 4{,}58 \cdot 10^{14} \text{ Hz}.$$

Por lo tanto, la solución es:
- **La función de trabajo de la superficie metálica es $W_e \approx 1{,}90$ eV.**
- **El umbral de frecuencia para la extracción de fotoelectrones es $f_{\text{umbral}} \approx 4{,}58{\cdot}10^{14}$ Hz.**

b) Si il·luminem la superfície anterior amb una llum groga de $587,5$ nm, determineu l'energia dels fotons incidents. Calculeu el potencial de frenada amb aquesta nova font de llum.

Vamos a calcular la energía de los fotones con $\lambda = 587{,}5$ nm. Para ello, recordamos que

$$E_{\text{fotón}} = \frac{h \cdot c}{\lambda},$$

donde $\lambda = 587{,}5 \text{ nm} = 587{,}5 \cdot 10^{-9}$ m. Calculamos $E_{\text{fotón}}$:

$$E_{\text{fotón}} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \text{ J·s} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8} \text{ m/s}}{587{,}5 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 3{,}38 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Convertimos $E_{\text{fotón}}$ a electronvoltios (eV):

$$E_{\text{fotón}} = \frac{3{,}38 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}} = 2{,}11 \text{ eV}.$$

Utilizamos la ecuación de Einstein nuevamente:

$$E_{\text{fotón}} = W_e + E_{C,\text{máx}}.$$

Despejamos $E_{C,\text{máx}}$:

$$E_{C,\text{máx}} = E_{\text{fotón}} - W_e = 2{,}11 \text{ eV} - 1{,}90 \text{ eV} = 0{,}21 \text{ eV}.$$

Convertimos $E_{C,\text{máx}}$ a julios:

$$E_{C,\text{máx}} = 0{,}21 \text{ eV} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV} = 3{,}46 \cdot 10^{-20} \text{ J}.$$

Calculamos el potencial de frenado:

$$V_{\text{frenado}} = \frac{E_{C,\text{máx}}}{e} = \frac{3{,}46 \cdot 10^{-20} \text{ J}}{1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 0{,}216 \text{ V}.$$

Respuesta:

Por lo tanto, la solución es:
- **La energía de los fotones incidentes con luz amarilla de 587,5 nm es $E_{\text{fotón}} = 2{,}11$ eV.**
- **El potencial de frenado con esta nueva fuente de luz es $V_{\text{frenado}} = 0{,}216$ V.**